

## KIS-485 – Gl. -métr-, congru-, -morph- e lavar ar Jedoniezh

(YBAN da GE – 03 02 96)

### Gl. ISOMETRIE, METRIQUE

Gwechall e veze graet anv eus daou dric'horn *par*. Bremañ e lavarer ez int Gl. *isométriques*. Eleze, par eo mentadoù o elfennoù (tuoù ha kornioù). Betek henn e ran gant Br. *keitvent(ek)* e-lec'h *keitventad*, evit skañvaat. Bremañ e sav ur gudenn all : penaos ober evit envel un treuzfurmadur a ro daou lun keitvent ? E galleg e reer gant *isométrie* ivez. Me gav din e ve mat e brezhoneg ober an disparti etre perzhioù ar c'hefluniadoù hag an treuzfurmadurioù, lakaet a-wel dre al lostger *-adur* : *treuzfurmadur*, arloadur pe gant arver ar pennanorioù : un treuzfurmiñ, un arloañ... Neuze Br. *keitventañ* (*-ad, -adur*) evit Gl. *isométrie*, Br. *kemparzhiñ* (*-ad, -adur*) evit Gl. *symétrie* ?

Gl. *métrique* e *géométrie métrique, espace métrique*, da lavarout eo ur ventoniezh, un egor ma'z eo bet savelet ur mevtron, ur pellder (Gl. *distance*), ur reolad (Gl. *norme*). Komz a reer ivez eus Gl. *relations métriques*, en un tric'horn da skouer (daveadur Pitagoras  $BC^2 = AB^2 + AC^2$ ). En degouezh diwezhañ-mañ ez eus un daveadur etre mentadoù 'zo, un *daveadur mentadel* eo neuze ? Ober a rafen ivez gant *mentoniezh ventadel* hag *egor mentadel*, pa reont dave d'ar mentadoù ha d'ar vent.

(GE da YBAN – 08 02 96)

### Gl. ISOMETRIE

Moarvat eo degemeradus *keitvent-* daoust d'ar stambouc'h a c'haller gwelout ennañ : *keit-* < *ke-hed-* ; met lakaomp e c'hoari an divellekaat, seul aesoc'h ma'z eo boas an arver eus *keit-* evel kevatal da Et. *iso-* hep mui dave d'an "hed" (sk. : *keitwrez-*, h.a.). Gwell avat chom gant *keitvent* pe *keitventek*, rak *mentad* zo un dra all dre ar Ventawouriezh. Evit an *treuzfurmadur* o reiñ daou lun *kemparzhek* e kinnigez ober gant ar pennanor ; a hañval azas ; hogen ur pennanor dre *-añ, -iñ* pe unan dre *-ha* ? N'on ket arroutet a-walc'h war an diskiblezh evit skarat.

## Gl. METRIQUE

Aze e sav an hevelep kudenn, hini an heñvelskriv etre *mentad* b. ar Ventawouriezh ha *mentad* g. treverbad. Dit da welout ha kudenn a c'hell sevel oc'h arverañ *mentad* g. amañ. Mar intentan dik, ez eus anv eus keal ar “c'hementad”; “daveadurioù *kementadel*”; da c'houzout avat ha ne ve ket meskus degas *kementad* amañ. En *Emsav* e kaver “amzer *ventennel*” gant ar ster a zo d'ar Gl. “temps *métrique*”. Ur skoilh, nad eo marteze nemet ur skoilhig, zo ivez er c'herienn *mentoniezh ventadel*. Ma, *mentoniezh ventadel*, *mentoniezh kementadel*, *mentoniezh ventennel* pe... *mentoniezh ventel* hep mui ?

(YBAN da GE – 13 02 96)

[...] An egor keouenn zo mentaouek ha niver e ventoù zo hini e egor sturiadel kevredet, eleze niver ar sturiadelloù diazez. Dav merzhout enta e reer anv a *mentoù*. N'eo ket bet savelet evit c'hoazh an daveadur anvet *pellder* en egor-se, Gl. *distance* pe *métrique*.

[...] Un egor *mentel* hon eus (evel a lavarez : gwell *mentel* eget *mentennel*, pa ra dave hemañ diwezhañ d'ar *ventenn*, Gl. *grandeur*).

D'ar sell kentañ e hañval ober kudenn : *ment-* a arverer evit Gl. *dimension* ha *métrique*. Evit gwir, seurt kengej a gav e orin en istor ar ventoniezh end-eeun (petra bennak ma ve Br. *mentoniezh* un amprest diwar Kb. *meintoniaeth*) : o vezañ ma'z eo ar ventoniezh en derou skiant ar ventenn-egor, savelet enni evel just ur *pellder* – ur *vent* – ez eus anezhi ur *ventoniezh ventel* adalek an orin. N'eo ket gwell evit ar Gl. *géométrie métrique* ! Mar komzan eus *kentañ ment un egor*, eus petra e ran anv ? Eus ar mevtron ? Eus unan eus ar *mentoù*, an hed da skouer ? Sklaer n'eo ket. Ha diaes e hañval din diluziañ ar gudenn, rak gwriennet mat eo er yezh ar geriennoù : *kentañ, eil, trede ment un egor : mentoù un egor*. Me 'gred e vo ret asantiñ d'an amjestragezh, nemet e ve kavet un dra bennak all evit *métrique* ha deveradoù. Pezh a zo gallus, met ha talvezout a ra ar boan ? Forzh penaos, evit niver *mentoù* un egor e vo tu d'ober gant Br. *mentred* g., Gl. *dimension*, berraet dre *dim*.

Evit Gl. *isométrie*, e ster an treuzfurmatur.

Anv zo a dreuzfurmiñ ul lun evit disoc'h gant unan all par e “vent”, eleze ul lun *keitvent* (ne gav ket din ez eus stambouc'h amañ : *mentoù* ke-hed). Mard eo

*furmiñ* = reiñ ur furm, reiñ ul lun karrez = *karrezañ*, ober ul lun kendres = *kendresañ* ("faire une figure symétrique", VALL. p. 721), reiñ ul lun keit = *keidañ*, reiñ ur werzhad kement = *kementiñ*, hag all, e vo neuze reiñ ul lun keitvent = *keitventiñ* ha da heul *keitventadur*.

(YBAN da GE – 26 06 96)

#### Gl. CONGRUENT, CONGRUENCE

1. – Er Jedoniezh e vez lavaret ez eo Gl. *congruent* daou lun a zo arunadus, daou lun a lavarer *par* en ur yezh laosk, eleze *keitvent*.

2. – Er Jedoniezh c'hoazh e reer anv a Gl. *congruence de droites* : teskad eeunennoù a'h egor keouenn  $\mathbb{R}^3$ , o ataladoù  $x = az + p$  ha  $y = bz + q$ , an arventennoù  $p$  ha  $q$  o vezañ kevreizhennoù eus  $a$  ha  $b$ . Eleze n'eus nemet div arventenn o toareañ an eeunennoù. An hevelep furm o deus, tamm pe damm.

3. – Bepred er Jedoniezh, hag e teuan da'm c'hraf : daou werc'hel  $x$  ha  $y$  a lavarer Gl. *congrus* modulo  $\alpha \in \mathbb{R}$ , mard eus  $k \in \mathbb{Z}$ , hevelep ma'z eo  $x - y = k \alpha$ . Da skouer :

$$\begin{array}{l} \mathbf{x} \quad \boxed{\alpha} \quad \boxed{\alpha} \quad \boxed{\alpha} \quad \boxed{\alpha} \quad \boxed{b} \\ \mathbf{y} \quad \boxed{\alpha} \quad \boxed{\alpha} \quad \boxed{b} \end{array}$$

$x = 4\alpha + b$  ha  $y = 2\alpha + b$ . Anat hon eus  $x - y = 2\alpha$ .  $\alpha$  eo ar mollad ha  $b$  an dilerc'h er rannadur euklidel  $x$  dre  $\alpha$ . E-keñver furm ez eo an daou werc'hel "kendoare", "kevatal", "kendereout" a reont. Seurt daveadur etre  $x$  ha  $y$  a skriver :  $x + y \pmod{\alpha}$  hag un daveadur kevatalder eo dres,  $x$  ha  $y$  o vezañ kendere.

Penaos kendec'heriañ Gl. *congru(ent)* ha *congruence*, Kb. *cyfath*, eus Kb. *math*, *bath*. E GEAK. e welan : *bazhañ moneiz*, Gl. *frapper la monnaie*. Gwelout a ran ivez Kb. *gweddu* evit ar Sz. *congruous*. Gwelout ivez Kb. *cydwedd*, Sz. *like*, *equal*. Tuañ a rafen a-walc'h gant un azasadur brezhonek eus hemañ diwezhañ, eleze Br. *kewez* aa. & g.

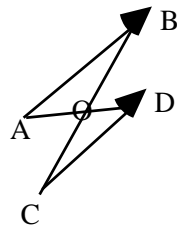
#### Gl. EQUIPOLLENT, EQUIPOLLENCE

En un domani nes emañ ar c'heal-mañ. Ober a ran gant Br. *kevarzh* ("a hevelep dere, kendere" TAHV.ms. Kv. La. *pollere*, "bezañ galloudek, kaout kalz galloud" ha hBr. *ard* "uhel") aa. ha *kevarzhded* b.

DESPIZADUR. En un egor keouenn, daou zaouboent (A, B) ha (C, D) zo *kevarzh*, mard eo kengreiz ar regennoù AD ha BC. Ur c'hevatalder war

deskad an daouboentoù eo an daveadur **kevarzhded**. An dereoù kevatalder zo ar sturiadelloù, a lavarer kevredet ouzh an egor keouenn.

4. – Chom a ra da venegiñ c'hoazh ur ster all eus



Gl. *congruence* : er Vevoniezh e komzer eus *kewez* ar genoù, eleze luniadur heñvel ha niver par etre kromosoù spesadoù nes.

(YBAN da GE – 02 07 96)

#### Gl. -MORPH-

Setu an deveradoù a gaver er Jedoniezh : Gl. *morphisme*, *homomorphisme*, *épimorphisme*, *monomorphisme*, *bimorphisme*, *endomorphisme*, *automorphisme*, *isomorphisme*, *homéomorphisme*, hep menegiñ *fonctions automorphes*, *fonctions méromorphes* !

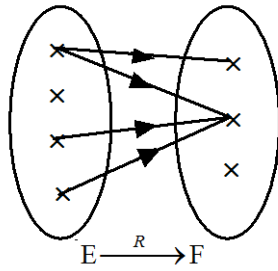
Dre chañs ned eo ket ar rakgerioù a ra diouer dimp ! Dav ober un distro betek kalon ar gudenn avat. Loc'homp da gentañ eus an daveadur a c'haller savelañ etre daou deskad ha kammed ha kammed diwar ar bazenn diazez-se e savimp betek al live hollekañ.

#### DAVEADUR DAOUADEK

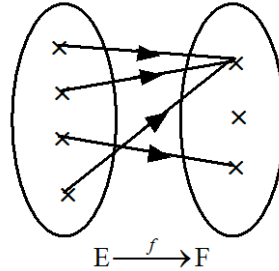
Diwar vont e ran amañ gant Br. *daouadek* evit Gl. *binaire*, rak *daouredel* ne glot ket o vezañ ma talvez *daoured* kement ha "diazeg niveriñ daou". Gl. *binaire* zo amañ "etre daou, etre div elfenn". Ne ran ket gant ar valleeg *divelfennel (ek)*, pa dalvez "amparet gant div elfenn". Ne ran ket gant *daouel* naket, pa dalvez Gl. *dual*, *double*.

Sed un arloadur a zo ur "bihanadur" eus luniad  $(E, *)$  war  $(F, \perp)$ .  $(F, \perp)$  zo koulz lavarout un "delvan" eus  $(E, *)$ , rak  $f(a_i) \perp f(b_i) = f(a_i * b_i)$ . Delv  $(E, *)$  ha  $(F, \perp)$  zo heñvel. Kinnig a ran enta ober eus Br. *heñveldelviñ (-ad, -adur)* kevatal Gl. *homomorphisme*.

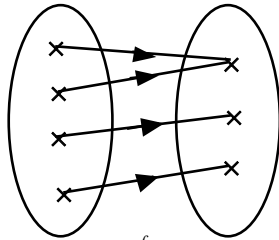
#### Skouerioù diervadoù



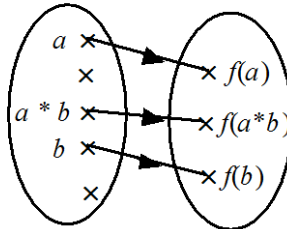
Daveadur daouadek



Arloadur

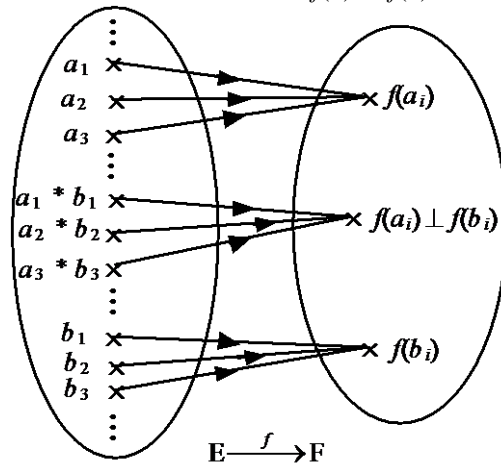


Kevreizhenn



$(E, *) \xrightarrow{f} (F, \perp)$   
 $f(a*b) = f(a) \perp f(b)$

Delvad kediad  $a$  ha  $b$  dre  $*$  en  $E$  zo kediad delvadoù  $f(a)$  ha  $f(b)$  dre  $\perp$  en  $F$  : *heñveldelviñ*



$E \xrightarrow{f} F$   
 Heñveldevadur

Kavout a ran gwell mirout Br. *kendelviñ* evit Gl. *isomorphisme* (sl. KIS-354, La-09, pp 49-50), pa vez an un delv gant E ha F, pa'z eo an eil delvad egile hag a-geveskemm — ha Br. *heñveldelviñ* evit Gl. *homomorphisme* pa n'eus nemet heñvelder etre an delvad amkan hag al luniad tarz.

#### HOLLEKADUR : DAMKANIEZH AR RUMMENNOU

Klasket ez eus bet hollekaat meizad an *heñvelder delvel* etre ergorennoù, evel da skouer an hini a zo etre ar c'hevanion dezho an niñvadur +, ar sturiadelloù dezho ar c'hediadur aroueziet H, an erganadoù gant ar c'henglenadur aroueziet  $\square$ , pe c'hoazh an ogedoù gant al liesadur. Tennet ez eus bet ul luniad boutin etre an teskadoù ergorennoù-se. Heñvel dra evit al luniadoù “ pinvidikoc'h ” evel ar gwalennoù, ar c'horfoù, an egorioù sturiadel... A-benn ar fin, pezh a vern ez eo al luniadur ha n'eo ket ar rummenn ergorennoù, ken e c'haller komz eus ul luniadur trarummennel. Alese arnadoù da sevel un damkaniezh a'l luniadoù (BOURBAKI). En un eil lankad ez eo al luniadoù a zo deuet d'o zro da vezañ ergorennoù da studiañ. Lakaet ez eus bet a-wel perzhioù evel ar *gantamsavadezh*, da skouer, met perzhioù all evel ar *gendalc'hegezh* (Gl. *continuité*), ar *gengerc'husted* (Gl. *convergence*) zo diaes da eztaoliñ e stern ar rummennoù aljibr. Rummennnoù all dezho un doug ken bras ha hini ar strolloù, evel an egorioù loadoniel, a ra meiz war ar perzhioù-se. E se e c'haller deselliñ ar gwerc'helion, da skouer, diouzh ar savboentoù aljebrel ha loadoniel.

Neuze, ar c'hammed kentañ war hent an hollekaat zo despizadur al luniadurioù ha savelidigezh daveadurioù ha niñvadurioù etrezo. Da skouer : keal an isstroll, kealioù an heñveldelviñ hag ar c'hendelviñ... An eil kammed, er-maez eus an aljibr, zo bet eskoridigezh al loadoniezh ha studi al luniadurioù loadoniel. Stadet ez eus bet “ heñvelderioù ” etre luniadurioù an div rummenn-se. Da skouer, ar c'hendelviñ etre strolloù en deus ur c'heveleb el luniadoù loadoniel aes da savelañ : bezet X ha X' daou egor loadoniel bet dre bourveziñ d'an teskadoù E hag E' bep a luniadur loadoniel ha bezet  $f$  un arloadur eus E da E', hevelep ma'z eo  $x \mapsto x'$ . Kentañ penn e rank  $f$  bezañ kesaezhat, d'an eil e rank ar c'hesaezhadur-se eren an teskadoù digor X hag X'. Anv a reer neuze a Gl. *homéomorphisme*. Skouer :  $\mathbb{R}$  ha ]a, b[ zo Gl. *homéomorphes*. Skouer : Div c'horreenn *homéomorphes* zo kevatal ent loadoniel. Nadiñ a reer ez eus ur c'hesaezhadur eus an eil war eben o kevredañ daou boent “ nes ” eus an eil gant daou boent “ nes ” eus eben. Kenkoulez e ve lavarout : kendelvadur a luniad loadoniel pe *arloadur daougendalc'hek* (Gl. *application bicontinue*), "kendalc'hek war an daou du". Kinnig a ran Br. *kevrezdelviñ* (sl. KIS-360, La-09, pp. 123 hh.) pa'z eo ar Gl. *homéomorphisme* ur mirout delv a-gendalc'h hag a-geveskemm.

An trede kammed zo bet graet o teselliñ n'eo mui teskadoù, strolloù pe egorioù loadoniel, hogen ergorennoù diforzh. Despizañ a reer neuze ur rummenn evel henn :

- Amparet e vez ur rummenn gant ergorennoù (teskadoù pe get),
- un dastumad Gl. *morphisms*, pep hini anezho oc'h eren div ergorenn gevun pe get,
- un daolenn niñvañ o savelañ un dezv gediañ etre reoù 'zo eus ar Gl. *morphisms*.

Kinnig a ran ober evit Gl. *morphisme* gant Br. *delviñ* (-ad, -adur). Merzhomp e kemer ervat ar Br. *delvad* (Gl. *image*) e lec'h er ster hollek-se. Erouezomp en un daolenn un nebeut rummennoù :

<b>Ergorennoù</b>	teskadoù	strolloù	strolloù abelel (kantamsavat)	egor loadoniel	A-molladoù
<b>Delvadurioù</b>	arloadurioù	heñveldevadurioù etre strolloù	heñveldevadurioù etre strolloù	arloadurioù kendalc'hek	arloadurioù A-linnenek

Ar pevare kammed eo hini savelidigezh daveadurioù etre ar rummennoù o-unan, anvet Gl. *foncteur*, Br. *darloadur* ha zoken daveadurioù etre an darloadurioù, eleze devadurioù *darloadel* !

Chom a ra bremañ da savelañ ur reizhiad rakgerioù o klotañ ouzh an devadurioù ketep.

- Gl. *homomorphisme* : Br. *heñveldevadur* pe *devadur hepken* pa na vez amjestregezh ebet. Ar galleg a ra ivez gant *morphisme*.

- Gl. *épimorphisme* : pep elfenn eus an amkan zo devad un elfenn darzh da nebeutañ. Un devadur arsaezhat eo. Kinnig a ran neuze Br. *arzelvadur*.

- Gl. *monomorphisme* : pep elfenn eus an amkan zo devad un elfenn darzh d'ar muiañ. Un devadur ensaezhat eo. Ne c'haller ket (evel ar galleg a-du-rall) ober gant *en-* amañ pa'z eus ivez un devadur en tarzh anvet Gl. *endomorphisme*. O vezañ m'he deus pep elfenn eus an tarzh un devad en amkan e kinnigan ober gant Br. *undevadur*.

- Gl. *bimorphisme* : un devadur zo *ar-* hag *undevadur* war un dro. Kinnig a ran Br. *uezelvadur* (sl. KIS-497, La-10, p. 375). Ar c'hendevadurioù zo uezelvadurioù arbennik.

- Gl. *isomorphisme* : Br. *kendevadur*.

- Gl. *endomorphisme* : un devadur e diabarzh an un ergorenn. Br. *endevadur*.

- Gl. *automorphisme* : ur c'hendevadur e diabarzh un ergorenn. Br. *unandevadur*.

Galleg	Brezhoneg	Galleg	Brezhoneg
<i>morphisme</i>	<i>delviñ</i>	<i>homomorphisme</i>	<i>heñveldelviñ</i>
<i>épimorphisme</i>	<i>arzelviñ</i>	<i>monomorphisme</i>	<i>undelviñ</i>
<i>bimorphisme</i>	<i>uezelviñ</i>	<i>endomorphisme</i>	<i>endelviñ</i>
<i>automorphisme</i>	<i>unandelviñ</i>	<i>isomorphisme</i>	<i>kendelviñ</i>

Hag ivez Gl. *homéomorphisme* : Br. *kevrezdelviñ*.

(GE da YBAN – 05 07 96)

Br. *kevrezdelviñ*. Dave a rez da KIS-360. Perak e lakaez an eilrakger *kev-*? Ponneraus d'ar ger ha skoilhus ouzh an divellekaat e vez alies ar rakgerioù kemplezh. Marteze e'c'h eus abegoù? Na veskañ gant *rez* arveret da gendec'heriañ Gl. *simple*? Pe a un ster e ve gant *kevrez* ar c'hramadeg?

(YBAN da GE – 10 07 96)

Evit a sell va Br. *kevrezdelviñ* (Gl. *homéomorphisme*), da evezhiadenn he deus va lakaet da bleustriñ pelloc'h. O vezañ ma *tremener* a-gendalc'h eus un *delv* loadoniel d'un all e ve kinnigadus *trezelviñ*. Hogen tremen a reer eus un delv d'un all dre forzh petore delviñ. Ar rakger *tre-* ne verk ket an *homéo-*, eleze ne arouez ket ar rezdalc'h. Diouzh un tu all ez eus endeo ur Br. *kevrez* (ha *kevrezañ*, *-adur*) a zo tost d'hon prepoz. Kemeromp da skouer un diñs. Dre zistummañ a-gendalc'h e c'horreenn (hep torr, eleze ent didorr; dres, dav emsoñjal evit Gl. *fonction continue*, *continuité*: Br. *kevreizhenn gendalc'hek* pe *kevreizhenn didorr*?) hag o lakaat ez eo mezelladus, e c'haller stummañ hep ket a boan ur bellenn. Nadiñ a reer ez eus ur c'hesaezhadur etre gorreenn an diñs ha hini ar bellenn. Ar c'hesaezhadur-se a gevred daou boent nes eus gorreenn an diñs gant daou boent *ken* nes all eus gorreenn ar bellenn<sup>1</sup>. Lavaret e vez ivez ez eo ar c'hesaezhadur-se un Gl. *isotopie* o treuzfurmiñ gorreenn an diñs e gorreenn ar bellenn. E se ez int Gl. *isotopes*. Daou lun Gl. *isotopes* zo Gl. *homéomorphes*, ar geveskemmenn o vezañ faos avat. Kinnig a ran Br. *kelloadur*,

<sup>1</sup> “Deux surfaces homéomorphiques sont encore dites topologiquement équivalentes ; intuitivement, il existe une bijection de l'une sur l'autre qui à deux points « voisins » de l'une associe deux points « voisins » de l'autre.” *Dictionnaire des Mathématiques*, A. BOUVIER et M. GEORGE, PUF, 1979.



*kelloadek*, o tiverzhout un durc'hadur ster gant *kel-* e *kellusk* ("lusk boutin"  $\square$  *keflusk* "lusk gant"), *kellavar* ("lavar, doare lavarout boutin etre", Da-63) hag ivez *kellies*. Petra eo ur c'hevrezadur, petra eo kevrezañ ? Lakaat war an un rez, keñveriañ. Ha kement-se eo a reer mui pe vui pa zeseller kendalc'hegezh un arloadur :

Un arloadur  $f$  eus un egor loadoniel  $E$  en un egor loadoniel  $F$  zo kendalc'hek en  $x_0 \square E$  mard eus, evit nep amezegiezh  $W$  eus  $f(x_0)$  en  $F$ , un amezegiezh  $V$  eus  $x_0$  en  $E$  a zo he delvad  $f(V)$  dre  $f$  endalc'het e  $W$ . (*O. m.*)

E se, forzh pegen « nes » e ve daou boent en  $F$ , o c'hen « nes » o deus en  $E$ , hag a-geveskemm : *kevrezañ* a reer o *delv*. Evel just e ve gallus ober gant Br. *rezdelviñ* o c'houlakaat un divellekaat, mar heulian da alioù : “ Mar mirer ar rakger *rez-* e vo mat derc'hel stad eus an daou sterad ambredet warnañ : "arstalek", "dizalc'h"." (KIS-360, La-09, p. 124). Arstalek n'eo ket an delv daoust ma'z eus un arstal bennak : ar c'horreenn a chom didorr, hep rog o tremen eus an diñs d'ar bellenn. Diouzh un tu all, n'on ket laouen kant dre gant gant *kevrezdelviñ*, daoust ma'z eo ken berr hag e geveleb gallek. Kounañ ivez ster *rez* e “ koad *rez* ” "bois sans nœud, de droit fil". En ur rezdelvadur n'eus nag ulmenn, na toull, na rog, na torr e gwiad ar c'hoad. En he c'hresk — en he delviñ ! — he deus ar wezenn kresket rez. Neuze e kinnigan Br. *rezdelviñ* evit ar Gl. *homéomorphisme*.